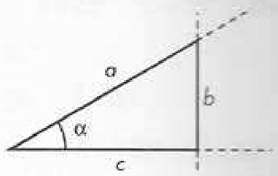
3 LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

3.1. DEFINICIONES Y OBTENCIÓN

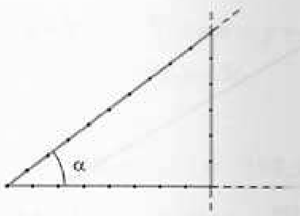
DEFINICIONES



Dado un ángulo agudo α y una perpendicular cualquiera a uno de sus lados, definimos como sigue sus **razones trigonométricas**:

EL SENO	EL COSENO	LA TANGENTE
$sen\ \alpha = \dfrac{b}{a}$	$cos\ \alpha = \dfrac{c}{a}$	$tg\ \alpha = \dfrac{b}{c}$
(Cateto opuesto al ángulo partido por la hipotenusa).	(Cateto contiguo al ángulo partido por la hipotenusa).	(Cateto opuesto al ángulo partido por el cateto contiguo).

1 Calcula las razones trigonométricas de los siguientes ángulos:



$sen\ \alpha =$

$cos\ \alpha =$

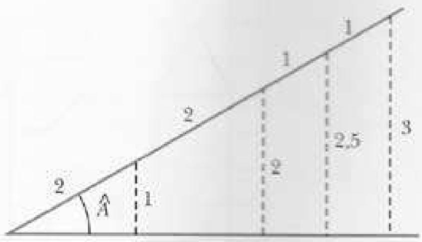
$tg\ \alpha =$

$sen\ \beta =$

$cos\ \beta =$

$tg\ \beta =$

2 Completa las igualdades y comprueba que el seno del ángulo $\hat{A}$ es independiente del tamaño del triángulo elegido:

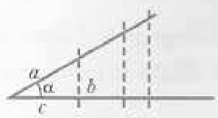


$sen\ \hat{A} = \dfrac{1}{2}$ $\qquad sen\ \hat{A} = \dfrac{2,5}{\square}$

$sen\ \hat{A} = \dfrac{2}{\square}$ $\qquad sen\ \hat{A} = \dfrac{\square}{6}$

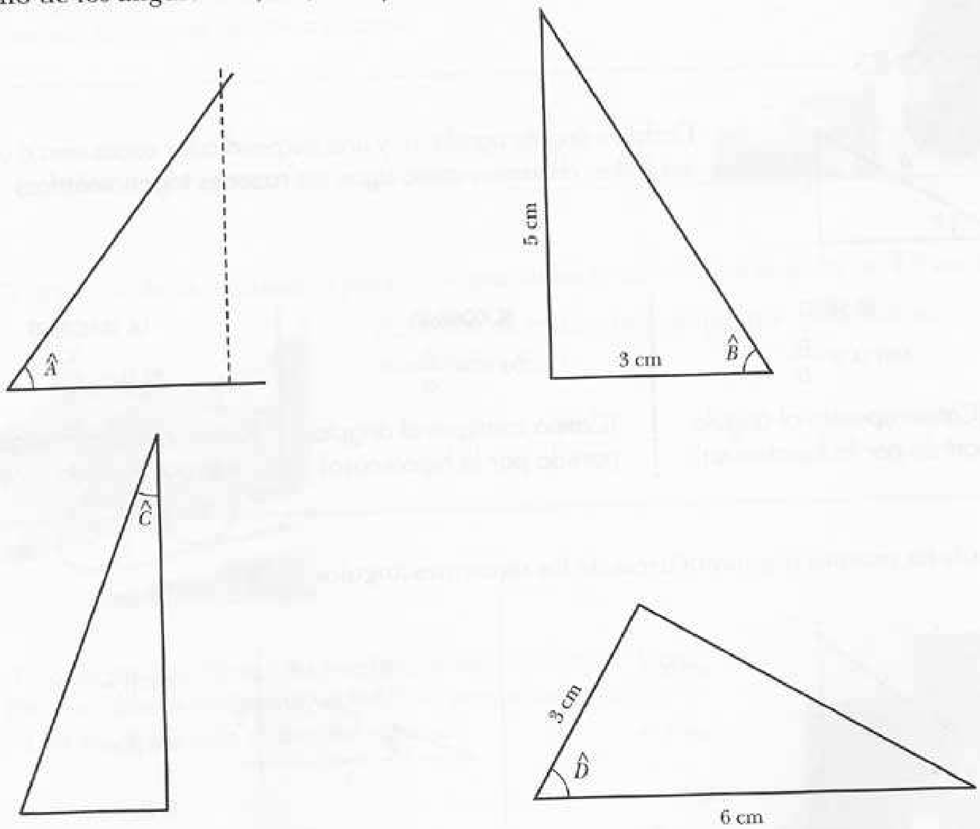
RECUERDA

Las razones trigonométricas de un ángulo $\left(\dfrac{b}{a};\ \dfrac{c}{a};\ \dfrac{b}{c}\right)$:

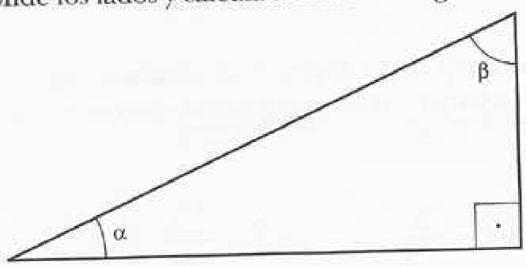


- Son independientes del tamaño del triángulo rectángulo elegido.
- Dependen solo de la amplitud del ángulo.

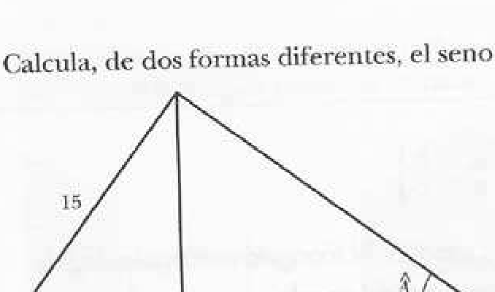
3 Midiendo los segmentos que se necesitan, o calculándolos a partir de los que se dan, halla el seno de los ángulos $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$ y $\hat{D}$:



4 Mide los lados y calcula las razones trigonométricas de los ángulos α y β:



5 Calcula, de dos formas diferentes, el seno de $\hat{A}$:



3.2. RELACIONES FUNDAMENTALES ENTRE *sen* α, *cos* α, y *tg* α

RECUERDA

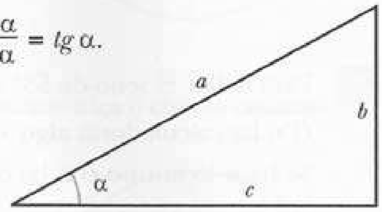
Cualquiera que sea el ángulo α, se cumplen las dos igualdades siguientes:

RELACIONES FUNDAMENTALES: $sen^2\,\alpha + cos^2\,\alpha = 1$ $\qquad \dfrac{sen\,\alpha}{cos\,\alpha} = tg\,\alpha$

Estas igualdades permiten obtener las demás razones trigonométricas conocida una cualquiera de ellas.

---

1 Demuestra que para cualquier ángulo α se cumple que $\dfrac{sen\,\alpha}{cos\,\alpha} = tg\,\alpha$.



$sen\,\alpha = \dfrac{b}{a}$, $cos\,\alpha =$ $\qquad tg\,\alpha =$

$\dfrac{sen\,\alpha}{cos\,\alpha} = \dfrac{b}{a}:$ $\qquad =$

2 Demuestra, utilizando el triángulo rectángulo del ejercicio anterior, que para cualquier ángulo α se cumple la relación $(sen\,\alpha)^2 + (cos\,\alpha)^2 = 1$, que se pone así: $sen^2\,\alpha + cos^2\,\alpha = 1$.

Ayuda: Partiendo de la igualdad $b^2 + c^2 = a^2$ (t. de Pitágoras), divide ambos miembros por a^2.

$(sen\,\alpha)^2 + (cos\,\alpha)^2 = \left(\dfrac{b}{a}\right)^2 +$ $\qquad =$

3 Sabiendo que $cos\,\alpha = 0{,}6$, calcula $sen\,\alpha$ y $tg\,\alpha$.

4 Teniendo en cuenta que $cos\,18° = 0{,}951$, calcula $sen\,18°$ y $tg\,18°$.

5 Sabiendo que $sen\,\alpha = \dfrac{5}{13}$, calcula $cos\,\alpha$ y $tg\,\alpha$.

6 Sabiendo que $sen\,60° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, calcula $cos\,60°$.

3.3. LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS EN LA CALCULADORA

1 Para poner el ángulo 34° 25' 55" en la pantalla, se utiliza la tecla [°' "].

34 [°' "] 25 [°' "] 55 [°' "] 34.43194444 [SHIFT] [°' "] 34°25°55

Escribe en la pantalla de tu calculadora los siguientes ángulos y anota lo que obtienes:

a) 37° 24' 56 "

b) 18° 51' 30"

c) 42° 30' 36"

2 Para hallar el seno de 53° se hace así: [sin] 53 [=] 0.79863551

(En las calculadoras algo antiguas, o en otros modelos, hay que hacer al revés: 53 [sin]).

Se hace lo mismo con las demás razones trigonométricas.

Obtén con la calculadora:

a) *sen* 37°

b) *cos* 37°

c) *tg* 37°

d) *sen* 55°

e) *cos* 55°

f) *tg* 55°

3 Comprueba con la calculadora que $(sen\ 72°)^2 + (cos\ 72°)^2 = 1$.

4 Para averiguar cuánto vale α, sabiendo que $sen\ \alpha = 0{,}537$, se hace así:

[SHIFT] [sin] 0,537 [=] 32.47964842 [SHIFT] [°' "] 32°28°46.73

Es decir, el ángulo cuyo seno es 0,537 es 32° 28' 46,73".

Calcula el valor de α en los siguientes casos:

a) $sen\ \alpha = 0{,}8952 \rightarrow \alpha =$

b) $cos\ \alpha = 0{,}2493 \rightarrow \alpha =$

c) $tg\ \alpha = 0{,}97 \rightarrow \alpha =$

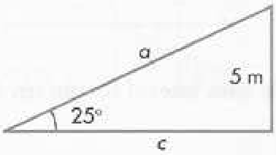
d) $tg\ \alpha = 4 \rightarrow \alpha =$

e) $tg\ \alpha = 3{,}85 \rightarrow \alpha =$

4 RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

OBSERVA

Si en un triángulo rectángulo se conocen un lado y un ángulo agudo, α, para hallar otro lado, se pone la razón trigonométrica de α que relaciona el lado conocido y el desconocido. Por ejemplo, así se calculan los lados a y c de la figura. (Para obtener las razones trigonométricas de 25°, se usa la calculadora).

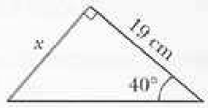


Para hallar a: $sen\ 25° = \dfrac{5}{a} \rightarrow a = \dfrac{5}{sen\ 25°} \approx \dfrac{5}{0{,}4226} \approx 11{,}83$ m

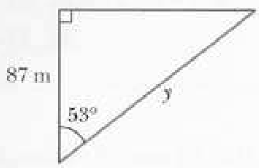
Para hallar c: $tg\ 25° = \dfrac{5}{c} \rightarrow c = \dfrac{5}{tg\ 25°} \approx \dfrac{5}{0{,}4663} \approx 10{,}72$ m

1 Calcula el lado a:

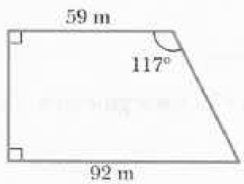
2 Calcula el lado x:



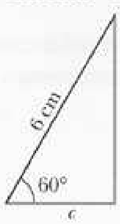
3 Calcula el lado y:



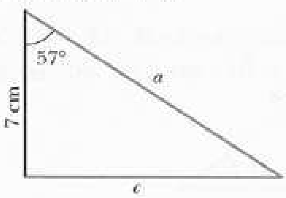
4 Calcula el área del trapecio:



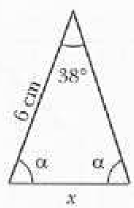
5 a) Calcula b y c:



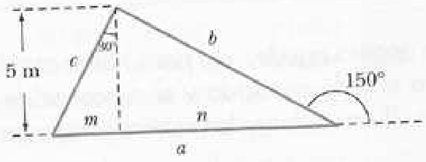
b) Calcula a y c:



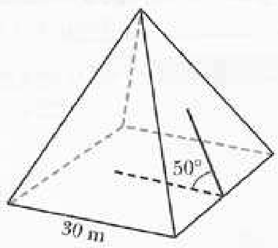
c) Calcula x:



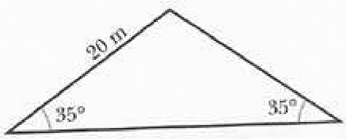
6 Calcula a, b, c y m:



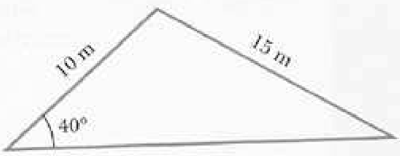
7 Calcula el volumen de esta pirámide recta de base cuadrada (cada cara lateral forma un ángulo de 50° con la base):



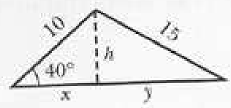
8 Calcula el área de este triángulo:



9 Halla el área de este triángulo:



Indicación: Halla la altura, h, y con ella, los segmentos x e y.



10 Halla el área y el perímetro de este triángulo: